Jurnal Indonesia Sosial Sains
http://jiss.publikasiindonesia.id/

Vol. 2 No. 3 Maret 2021
P-ISSN: 2723 - 6692 dan E-ISSN: 2723 - 6595

PERBANDINGAN ESTIMASI PARAMETER METODE BAYESIAN SELF DENGAN PRIOR VAGUE DAN UNIFORM PADA MODEL SURVIVAL BERDISTRIBUSI RAYLEIGH

Asri Rahmawati dan Retno Budiarti
Matematika Terapan, Institut Pertanian Bogor, Indonesia
Email: asrirahmawati@apps.ipb.ac.id, retno.budiarti@gmail.com

Artikel info
Artikel history:
Diterima 15 Januari 2021
Diterima dalam bentuk revisi 05 Maret 2021
Diterima dalam bentuk revisi 17 Maret 2021

Keywords:
survival; bayesian self; vague; uniform

Abstract: *analysis Survival is an analysis that is used to analyze the survival time (survivaltime). The survival (survivaltime)is one of the studies used to calculate the time from symptom onset and with the advent of the incident. Inanalysis, the survival termdata is known survival , which is data that shows the time an individual can survive until an event occurs. This study aims to determine the parameter estimation of themodels survival Rayleigh distribution ofusing the Bayesian SELF method. In addition, this study will also discuss the comparison of parameter estimates for themodels survival Rayleigh distribution ofwith the Bayesian SELF method using prior Vague and Uniform. The result of parameter estimation requires information from thefunction likelihood and prior distribution which will then form the posterior distribution. The posterior distribution is the basis for obtaining a Bayesian estimate. After the estimator on the Bayesian SELF method is obtained, then the estimator will be applied to the data from the Stanford heart transplant program from October 1967 to February 1980. Based on the MSE value obtained from this study, the Bayesian SELF method with prior vague is better than the Bayesian method. SELF with Prior uniform.*

Abstrak: Analisis *survival* merupakan analisis yang digunakan untuk menganalisis data kelangsungan waktu hidup (*survival time*). Waktu *survival* (*survival time*) merupakan salah satu penelitian yang digunakan untuk menghitung waktu dari munculnya gejala sampai dengan munculnya kejadian. Dalam analisis *survival* dikenal istilah data *survival* yaitu data yang menunjukkan waktu suatu individu dapat bertahan hingga terjadinya suatu kejadian. Penelitian ini bertujuan menentukan estimasi parameter model *survival* berdistribusi Rayleigh menggunakan metode Bayesian SELF. Selain itu penelitian ini juga akan membahas perbandingan estimasi parameter model *survival* berdistribusi Rayleigh dengan Metode Bayesian SELF menggunakan prior *Vague* dan *Uniform*. Hasil estimasi parameter memerlukan informasi dari fungsi *likelihood* dan distribusi prior yang kemudian akan membentuk distribusi posterior. Distribusi posterior merupakan dasar untuk memperoleh estimasi Bayesian. Setelah estimator pada metode Bayesian SELF didapatkan, selanjutnya estimator tersebut akan diterapkan pada data program transplantasi jantung yang dilakukan Stanford dari Oktober 1967 sampai Februari 1980. Berdasarkan dari nilai MSE yang didapat dari penelitian ini, diperoleh metode Bayesian SELF dengan prior *vague* lebih baik dari metode Bayesian SELF dengan Prior *uniform*.

Kata Kunci:
survival; bayesian self; *vague*; *uniform*

Coresponden author: Asri Rahmawati
Email: asrirahmawati@apps.ipb.ac.id

Pendahuluan

Pada tahap kehidupan manusia ini, akan selalu ada bagian terakhir yang disebut kematian. Kematian semacam ini mungkin saja disebabkan oleh berbagai peristiwa (peristiwa) di baliknya. Dengan kemajuan perkembangan ilmu pengetahuan, banyak inovasi terbaru telah muncul di bidang ilmu aktuaria, teknik dan biostatistik. Salah satu inovasi tersebut adalah analisis kelangsungan hidup, yang dapat digunakan untuk memodelkan data kelangsungan hidup (life cycle data) (Harlan, 2017) Beberapa orang berpendapat bahwa analisis kelangsungan hidup adalah prosedur statistik yang digunakan untuk menganalisis data, dan waktu hingga suatu peristiwa terjadi (waktu terjadinya peristiwa) digunakan sebagai variabel respons. Sedangkan (Thamrin, 2014) Dianggap bahwa analisis kelangsungan hidup merupakan analisis yang digunakan untuk menganalisis data waktu kelangsungan hidup. Survival time merupakan salah satu studi yang digunakan untuk menghitung waktu dari munculnya gejala hingga munculnya peristiwa (Fitria, 2016). Dalam analisis kelangsungan hidup dikenal istilah "survival data", yaitu data yang menunjukkan berapa lama seseorang dapat bertahan hidup sebelum suatu peristiwa terjadi.

(Andini et al., 2018) Disarankan untuk menggunakan beberapa model untuk menganalisis data survival yaitu model parametrik dan model non parametrik. Model parametrik mengasumsikan bahwa distribusi dasar waktu bertahan hidup mengikuti distribusi tertentu, seperti distribusi Weibull, distribusi eksponensial, distribusi lognormal, distribusi logaritmik, dan distribusi gamma. Pada saat yang sama, jika data yang digunakan tidak mengikuti distribusi yang ada, maka digunakan model non-parametrik. Pada model non parametrik terdapat dua metode yaitu metode Kaplan-Meier dan metode Nelson-Aalen.

Distribusi Rayleigh adalah bentuk khusus dari distribusi Weibull, yang pertama kali diusulkan oleh Lord Rayleigh pada tahun 1880 (Dey & Dey, 2011). Dari segi kesehatan, distribusi Rayleigh dapat digunakan untuk memeriksa data kelangsungan hidup pasien. Distribusi merupakan gambaran yang jelas dari sebaran seluruh data, khususnya dalam pemodelan data.

(Guure & Ibrahim, 2012) Diyakini bahwa ada dua metode estimasi parameter yang dikenal, yaitu metode klasik dan metode Bayesian. Metode klasik yang digunakan adalah metode Estimasi Kemungkinan Maksimum (MLE). Dalam metode Bayesian terdapat beberapa metode yaitu fungsi kerugian eksponensial linier (LINEX), aproksimasi Lindley, fungsi kerugian square error (SELF) dan fungsi kerugian entropi umum (GELF).

Penelitian menggunakan metode Bayes diantaranya (Candra Siska, 2011) Menggunakan metode Bayesian untuk menggunakan konjugat sebelum menentukan inferensi statistik proporsi binomial berupa estimasi titik, estimasi interval dan pengujian hipotesis, serta menggunakan metode Bayesian dan metode kemungkinan maksimum untuk kedua parameter yang tidak diketahui proporsi tersebut. distribusi istilah dibandingkan. Penelitian ini menghasilkan penduga Bayesian yang merupakan penduga bias dari parameter rasio binomial.

(Ni'mah & Agoestanto, 2014) Pada data tersensor tipe II, penduga Bayesian digunakan untuk mempelajari rata-rata kelangsungan hidup dari distribusi Rayleigh. Data yang digunakan adalah sampel data tersensor tipe II, yang diasumsikan berdistribusi Rayleigh. Distribusi prior yang digunakan dalam penelitian ini adalah non-informatif sebelum menggunakan teknik penentuan awal Jeffrey.

(Guure, 2013) Telah dilakukan penelitian tentang estimasi parameter distribusi Rayleigh dengan menggunakan distribusi gamma sebagai apriori. Dalam penelitian ini Guure menggunakan metode yaitu metode maximum likelihood estimation (MLE), metode square error loss function (SELF) dan metode general entropy loss function (GELF).

Pradhan dan Kundu (2011) menduga parameter distribusi Gamma. Penelitian tersebut membandingkan kinerja Bayes dengan MLE serta metode momen menggunakan simulasi Monte Carlo. Dari hasil simulasi dapat dilihat bahwa penduga Bayes dan penduga MLE lebih baik dari penduga momen. (Jelda et al., 2019) telah melakukan estimasi parameter model *survival* dan model *hazard* berdistribusi Rayleigh dengan metode Bayesian GELF menggunakan prior Uniform. (Wahyuni et al., 2019) telah melakukan estimasi parameter model *survival* berdistribusi Rayleigh dengan prior Uniform menggunakan metode Bayesian SELF. (Ningrum et al., 2020) telah melakukan estimasi parameter model *survival* berdistribusi Rayleigh dengan prior *Vague* menggunakan metode Bayesian SELF pada kasus penderita kanker ovarium.

Penelitian ini akan menggunakan metode Bayesian SELF untuk menentukan estimasi parameter distribusi Rayleigh dari model survival. Selain itu, penelitian ini akan membandingkan hasil estimasi parameter model distribusi Rayleigh dengan metode prior fuzzy dan unified Bayesian SELF dengan membandingkan dua hasil estimasi parameter sebelumnya berdasarkan nilai MSE minimum. Studi kasus dalam penelitian ini menggunakan data kasus pasien transplantasi jantung yang diambil dari program R versi 4.0.2.

Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data waktu kelangsungan hidup pasien transplantasi jantung. Data diambil dari program R yaitu data dari program transplantasi jantung di Universitas Stanford dari bulan Oktober 1967 hingga Februari 1980. Data ini merangkum waktu bertahan hidup selama beberapa hari setelah transplantasi.

Langkah pertama dalam menentukan estimasi nilai parameter data survival pada data studi kasus pasien transplantasi jantung dimulai dengan uji Kolmogorov-Smirnov yang merupakan bagian dari model fit test untuk mengetahui apakah datanya berdistribusi Rayleigh. . Selanjutnya menentukan model survival dari fungsi kumulatif, fungsi survival, dan fungsi hazard dari distribusi Rayleigh. Kemudian tentukan fungsi kepadatan probabilitas dan fungsi kemungkinan dari fungsi kelangsungan hidup. Setelah mendapatkan fungsi likelihood, maka metode estimasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Bayesian SELF.

Dalam metode DIRI Bayesian, langkah pertama adalah menentukan ambiguitas sebelumnya dan distribusi seragam sebelumnya. Setelah didapatkan distribusi prior, rumuskan distribusi posterior dan fungsi likelihood dari distribusi sebelumnya. Kemudian setelah didapatkan distribusi posterior, langkah terakhir adalah melakukan estimasi metode Bayesian DIRI. Selain itu, dengan menggunakan data apriori fuzzy dan unified untuk pasien transplantasi jantung, metode Bayesian SELF digunakan untuk menginterpretasikan dan membandingkan hasil estimasi distribusi Rayleigh dari parameter model survival.

Hasil dan Pembahasan

1. Distribusi Rayleigh

Distribusi Rayleigh merupakan bentuk khusus dari distribusi Weibull yang pertama kali diperkenalkan pada tahun 1880 (Wahyuni et al., 2019). Karakteristik dari distribusi Rayleigh adalah fungsi hazard yang naik secara linear terhadap waktu (Dey & Maiti, 2012). Fungsi kepadatan peluang distribusi Rayleigh dinyatakan sebagai berikut:

$$f(t;\theta) = \frac{t}{\theta^2}\exp\left(-\frac{t^2}{2\theta^2}\right) \quad t \geq 0, \theta > 0 \tag{1}$$

Dimana t merupakan data waktu dan θ merupakan parameter.

Berdasarkan fungsi kepadatan peluang dari distribusi Rayleigh, maka fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi Rayleigh ialah:

$$F(t;\theta) = 1 - exp\,(-\frac{t^2}{2\theta^2}) \tag{2}$$

Dengan menggunakan Persamaan (2) diperoleh fungsi *survival* dan fungsi *hazard* dari distribusi Rayleigh adalah sebagai berikut:

$$s(t;\theta) = 1 - F(t;\theta) = \exp\left(-\frac{t}{2\theta^2}\right) \quad t \geq 0, \theta > 0 \tag{3}$$

$$h(t;\theta) = \frac{f(t;\theta)}{s(t;\theta)} = \frac{t}{\theta^2} \quad t \geq 0, \theta > 0 \tag{4}$$

2. Estimasi Parameter Metode Bayesian SELF

Estimasi parameter menggunakan metode Bayesian memerlukan fungsi *likelihood* dari distribusi Rayleigh, yaitu:

$$L(t_i;\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i;\theta)]$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\left[\frac{t_i}{\theta^2} e^{-\left(\frac{t_i^2}{2\theta^2}\right)}\right] \tag{5}$$

Kombinasi fungsi likelihood dan distribusi prior akan menghasilkan distribusi baru yang disebut distribusi posterior, yang merepresentasikan kepercayaan parameter setelah sampel diamati. Biasanya, prior adalah Pemilihan didasarkan pada pengetahuan peneliti dan keyakinan subjektif (Ahmed et al., 2013). Dalam penelitian ini prior yang akan digunakan adalah prior *vague* dan prior *uniform*. Prior *vague* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$p(\theta) = \frac{1}{\theta}, \theta > 0 \tag{6}$$

Didapat distribusi posterior dari prior *vague* sebagai berikut:

$$\pi^*(\theta | t_i) = \frac{p(\theta) L(t_i | \theta)}{\int_0^\infty p(\theta) L(t_i | \theta) d\theta}$$

$$= \frac{1}{\theta^{2n+1}} \left(\prod_{i=1}^{n} t_i \right) \exp\left(-\left(\frac{1}{2\theta^2} \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \right) \right) \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2 \right)^n}{\left(\prod_{i=1}^{n} t_i \right) (2)^{n-1} \Gamma(n)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2 \right)^n \exp\left(-\left(\frac{1}{2\theta^2} \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \right) \right)}{(\theta)^{2n+1} (2)^{n-1} \Gamma(n)} \tag{7}$$

Sedangkan untuk Prior *uniform* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$p(\theta) = \frac{1}{b-a} \qquad ; a < \theta < \infty \tag{8}$$

Sehingga didapat distribusi posterior dari prior *uniform* sebagai berikut:

$$\pi^*(\theta | t_i) = \frac{p(\theta) L(t_i; \theta)}{\int_0^\infty p(\theta) L(t_i; \theta) d\theta}$$

$$= \frac{\frac{1}{\theta^{2n}} \left(\exp\left(-\frac{\sum_{i=1}^{n} t_i^2}{2\theta^2} \right) \right)}{-\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2 \right)^{\frac{1}{2}-n} \left(2^{n-\frac{3}{2}} \right) \left(-\frac{1}{2} \right)} \tag{9}$$

Setelah menentukan distribusi posterior, dilanjutkan dengan melakukan estimasi parameter dengan metode Bayesian SELF yang disefinisikan sebagai berikut:

$$L(\theta_{BS}, \theta) = (\theta_{BS} - \theta)^2, 0 < \theta < \infty$$

Dengan θ_{BS} merupakan estimator Bayesian SELF untuk parameter θ. Estimasi parameter metode Bayesian SELF dapat diperoleh dengan meminimumkan ekspektasi *loss function*, yaitu:

$$\frac{\partial \left[E\left(L(\theta_{BS}, \theta) \right) \right]}{\partial \theta} = 0$$

Sehingga diperoleh

$$E(\theta) = \hat{\theta}_{BS} \tag{10}$$

Berdasarkan persamaan (10), dapat ditentukan estimasi parameter dari metode bayesian SELF dengan prior *vague* yaitu:

$$\hat{\theta}_{BSV} = E(\theta) = \int_0^{\infty} \theta \pi^*(\theta | t_i)\, d\theta$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(n - \frac{1}{2}\right)}{(2)^{\frac{1}{2}} \Gamma(n)} \tag{11}$$

Berdasarkan persamaan (11), diperoleh estimasi fungsi *survival* dan fungsi *hazard* dengan metode Bayesian SELF dari distribusi Rayleigh dengan prior *vague* adalah sebagai berikut:

$$\hat{s}_{BSV}(t_i; \hat{\theta}_{BSV}) = e^{-\frac{t_i^2}{2\hat{\theta}_{BS7}^2}} = \exp\left(-\left(\frac{((t_i)(2)^{\frac{1}{2}}\Gamma(45))^2}{2((\sum_{i=1}^{n} t_i^2)^{\frac{1}{2}}\Gamma(\frac{89}{2}))^2}\right)\right) \tag{12}$$

$$\hat{h}_{BSV}(t_i; \hat{\theta}_{BSV}) = \frac{t_i}{\hat{\theta}_{BS7}^2} = \frac{\left((t_i)((2)^{\frac{1}{2}}\Gamma(45))\right)^2}{\left((\sum_{i=1}^{n} t_i)^{\frac{1}{2}}\Gamma(\frac{89}{2})\right)^2} \tag{13}$$

Sedangkan estimasi parameter dari metode bayesian SELF dengan prior *uniform* yaitu sebagai berikut:

$$\hat{\theta}_{BSU} = E(\theta) = \int_0^{\infty} \theta \pi^*(\theta | t_i)\, d\theta$$

$$= \frac{\Gamma(-1)}{(\sum_{i=1}^{n} t_i^2)^{\frac{1}{2}} (2)^{\frac{1}{2}} \Gamma(-\frac{1}{2})} \tag{14}$$

Berdasarkan persamaan (14), diperoleh estimasi fungsi *survival* dan fungsi *hazard* dengan metode Bayesian SELF dari distribusi Rayleigh dengan prior *uniform* adalah sebagai berikut:

$$\hat{s}_{BSU}(t_i; \hat{\theta}_{BSU}) = e^{-\frac{t_i^2}{2\hat{\theta}_{BSU}^2}} = \exp - \frac{t_i^2}{2\left(\frac{\Gamma(n-1)}{(\sum_{i=1}^{n} t_i^2)^{\frac{1}{2}}(2)^{\frac{1}{2}}\Gamma(n-\frac{1}{2})}\right)^2} \tag{15}$$

$$\hat{h}_{BSU}(t_i; \hat{\theta}_{BSU}) = \frac{t_i}{\hat{\theta}_{BSU}^2} = \frac{t_i}{\left(\frac{\Gamma(n-1)}{(\sum_{i=1}^{n} t_i^2)^{\frac{1}{2}}(2)^{\frac{1}{2}}\Gamma(n-\frac{1}{2})}\right)^2} \tag{16}$$

Untuk melihat estimasi parameter fungsi *survival* dan fungsi *hazard* mana yang paling baik pada metode Bayesian SELF dapat dilihat dari nilai MSE (Sagita et al., 2018). MSE dari suatu estimator untuk fungsi *survival* dan fungsi *hazard* didefinisikan sebagai berikut:

$$MSE(\hat{S}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} *(\hat{S} - S)^2 +$$

$$MSE(\hat{h}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} *(\hat{h} - h)^2 +$$

3. Uji Kecocokan Data Pasien Tranplantasi Jantung

Bagian ini akan menguji penerapan data dari pasien transplantasi jantung. Uji kesesuaian digunakan untuk menentukan apakah model distribusi hipotetis cocok (penerapan) atau apakah distribusi dapat digunakan untuk mendekati variable (Ningrum et al., 2020). Taraf nyata (*Sig*) yang digunakan adalah $\alpha = 5\% = 0{,}05$. Saat menentukan keputusan akhir menolak atau menerima H_0, berdasarkan area kritis α dari nilai p tes dengan bentuk peluang, jika p-value≤α, maka H_0 ditolak dan H_1 diterima. Berikut hasil pengolahan data menggunakan distribusi data uji EasyFit.

Tabel 1. *Output* EasyFit *Kolmogorov-Smirnov* Rayleigh

Kolmogorov-Smirnov	
Sample Size	45
P-Value	0.54674

Hal ini dapat dilihat dari hasil pengolahan data bahwa nilai p distribusi Rayleigh pada uji Kolmogorov-Smirnov sebesar 0,54674 yang berarti p value> 0,05 menjadikan H_0 dapat diterima, dan dapat disimpulkan bahwa data tersebut adalah Rayleigh. distribusi.

4. Estimasi Parameter Metode Bayesian SELF dengan Prior *Vague*

Penentuan nilai survival dan nilai *hazard* dari metode Bayesian SELF menggunakan Microsoft Excel dengan nilai parameter $\hat{\theta}_{BSV} = 973{,}4985689$ adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil perhitungan fungsi *survival* dan fungsi *hazard* dari Metode Bayesian SELF dengan prior *vague*

Waktu (t_i)	***Survival* BS ($\hat{S}_{BSV}$)**	***Hazard* BS ($\hat{h}_{BSV}$)**
323	0.895756571	0.000340825
550	0.726734536	0.000580353
623	0.663949881	0.000657381
730	0.569891626	0.000770286
836	0.478324522	0.000882136

Nilai s_BSV adalah peluang kelangsungan hidup pasien transplantasi, dan nilai BSV h mewakili kematian pasien. Hal ini dapat dilihat dari Tabel 2 bahwa menurut perkiraan fungsi survival dengan metode Bayesian DIRI peluang seseorang bertahan hidup selama 323 hari adalah 89,57%.

5. Estimasi Parameter Metode Bayesian SELF dengan Prior *Uniform*

Penentuan nilai *survival* dan nilai *hazard* dari metode Bayesian SELF menggunakan Microsoft Excel dengan nilai parameter $\hat{\theta}_{BSU} = 116{,}7300$ adalah sebagai berikut:

Tabel 3. Hasil perhitungan fungsi *survival* dan fungsi *hazard* dari Metode Bayesian SELF dengan prior *uniform*

Waktu (t_i)	*Survival* BS ($\hat{s}_{BSV}$)	*Hazard* BS ($\hat{h}_{BSV}$)
323	0.895756571	0.000340825
550	0.726734536	0.000580353
623	0.663949881	0.000657381
730	0.569891626	0.000770286
836	0.478324522	0.000882136

Nilai s _BSU adalah peluang kelangsungan hidup pasien transplantasi, dan nilai h _BSU adalah mortalitas pasien. Dapat dilihat dari Tabel 2 bahwa menurut fungsi survival yang diperkirakan dengan metode Bayesian SELF, survival chance 323 hari individu adalah 99%.

Untuk memahami fungsi mana dalam metode DIRI Bayesian yang memiliki fungsi survival dan fungsi hazard yang paling baik, dapat dilihat dari nilai MSE. Berikut ini adalah nilai MSE yang diperoleh:

Tabel 4. Hasil Perbandingan Metode Bayesian SELF

Metode Bayesian SELF	*Mean Square Error* (MSE)	
	$\hat{S}(t)$	$\hat{h}(t)$
Vague	0.0355107	0.000139
uniform	0.3871510	0.000175

Dapat dilihat dari Tabel 4 bahwa fungsi survival dan fungsi hazard pada metode SELF bayesian apriori fuzzy lebih kecil dari nilai MSE keseragaman apriori, yang berarti metode a priori fuzzy Bayesian SELF lebih sesuai untuk estimasi distribusi survival Rayleigh. model.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil estimasi parameter yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa metode Bayesian SELF dengan apriori fuzzy lebih cocok untuk mengestimasi peluang kelangsungan hidup individu. Hal tersebut terlihat dari nilai MSE yang diperoleh. Nilai MSE dari ambiguity survival function dan hazard function masing-masing adalah 0,0355107 dan 0,000139. Nilai MSE dari fungsi survival dan fungsi berbahaya dari seragam sebelumnya masing-masing adalah 0,3871510 dan 0,000175. Untuk menghasilkan estimasi parameter dengan hasil yang lebih baik, distribusi lain dapat digunakan untuk mendapatkan nilai MSE yang lebih kecil.

Bibliografi

Ahmed, A., Ahmad, S. P., & Reshi, J. A. (2013). Bayesian analysis of Rayleigh distribution. *International Journal of Scientific and Research Publications*, *3*(10), 1–9.

Andini, R., Satyahadewi, N., & Rizki, S. W. (2018). Perbandingan Estimasi Parameter Metode Bayesian Gelf Untuk Prior Gamma Dan Jeffrey Perluasan Pada Model Survival Berdistribusi Weibull Data Tersensor. *Bimaster*, *7*(4).

Candra Siska, A. (2011). *Inferensi Statistik Distribusi Binomial Dengan Metode Bayes Menggunakan Prior Konjugat*. Universitas Diponegoro.

Dey, S., & Dey, T. (2011). Rayleigh Distribution Revisited Via Ex-Tension Of Jeffreys Prior Information And A New Loss Function. *Revstat–Statistical Journal*, *9*(3), 213–226.

Dey, S., & Maiti, S. S. (2012). Bayesian estimation of the parameter of Rayleigh distribution under the extended Jeffrey's prior. *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*, *5*(1), 44–59.

Fitria, T. N. (2016). Kontribusi Ekonomi Islam Dalam Pembangunan Ekonomi Nasional. *Jurnal Ilmiah Ekonomi Islam*, *2*(03).

Guure, C. B. (2013). *Using Square-Root Inverted Gamma Distribution as Prior to Draw Inference on the Rayleigh Distribution*.

Guure, C. B., & Ibrahim, N. A. (2012). Bayesian analysis of the survival function and failure rate of Weibull distribution with censored data. *Mathematical Problems in Engineering*, *2012*.

Harlan, J. (2017). *Analisis Survival*. Gunadarma.

Jelda, P., Rizki, S. W., & Imroâ, N. (2019). Pendekatan Bayesian GELF untuk Estimasi Parameter Model Survival Rayleigh dengan Prior Uniform. *BIMASTER*, *8*(3).

Ni'mah, R., & Agoestanto, A. (2014). Estimator Bayes untuk Rata-Rata Tahan Hidup dari Distribusi Rayleigh pada Data Disensor Tipe II. *Unnes Journal of Mathematics*, *3*(2).

Ningrum, A. F., Satyahadewi, N., & Rizki, S. W. (2020). Metode Bayesian Self Untuk Estimasi Parameter Model Survival Distribusi Rayleigh. *Bimaster*, *9*(1).

Thamrin, S. A. (2014). Simulasi Penaksiran Parameter Distribusi Weibull Campuran Untuk Data Survival Heterogen Dengan Pendekatan Bayesian. *IndoMS Journal on Statistics. 2:37-46.*

Wahyuni, E. R., Rizki, S. W., & Perdana, H. (2019). Estimasi Parameter Model Survival Distribusi Rayleigh Prior Uniform dengan Metode Bayesian SELF. *BIMASTER*, *8*(2).